

### 1. Задача 1. Электрические цепи постоянного тока

1. Для заданной электрической схемы 1.1 выполнить следующее:

- Упростить схему, заменив последовательно и параллельно соединенные резисторы четвертой и шестой ветвей эквивалентными.
- Составить на основании законов Киргофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы.
- Определить токи во всех ветвях схемы методом контурных токов.
- Определить токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов.
- Результаты расчета токов, проведенного двумя методами, свести в таблицу и сравнить между собой.
- Составить баланс мощностей в исходной схеме, вычислить суммарную мощность источников и суммарную мощность нагрузок.
- Определить ток  $I_1$  в заданной по условию схеме с источником тока, используя метод эквивалентного генератора.
- Начертить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, включающего обе ЭДС.

Таблица 1.1. Исходные данные варианта 22

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_4'$	$R_4''$	$R_5$	$R_6'$	$R_6''$	$E_2$	$E_3$	$J_2$	$J_3$
Ом									В		А	
6,5	2,5	1	4	0	5,5	10	30	7	10	0,4	0	

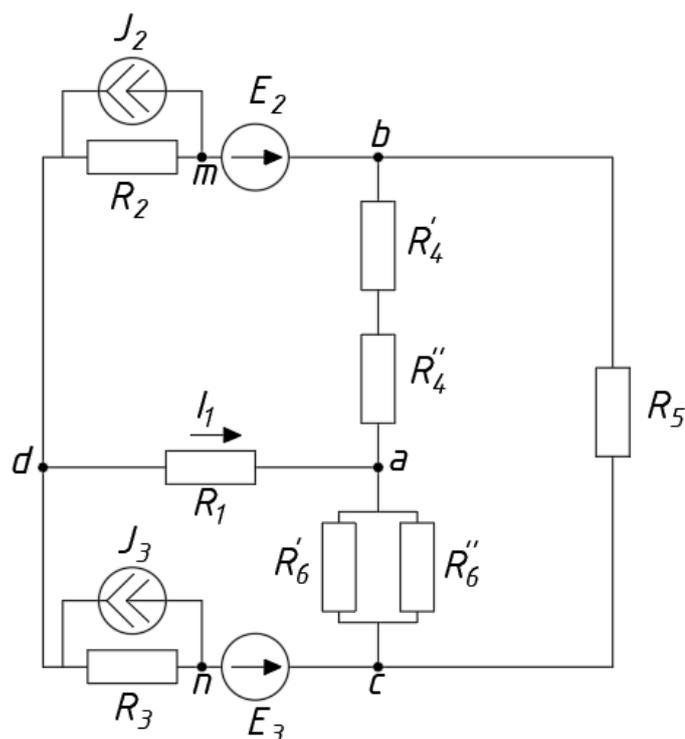


Рис. 1.1 Исходная схема цепи

$$E_2' = J_2 * R_2 = 0,4 * 2,5 = 1 \text{ В};$$

$$R_4 = R_4' + R_4'' = 0 + 4 = 4 \text{ Ом};$$

$$R_6 = \frac{R_6' * R_6''}{R_6' + R_6''} = \frac{10 * 30}{10 + 30} = \frac{300}{40} = 7,5 \text{ Ом}.$$

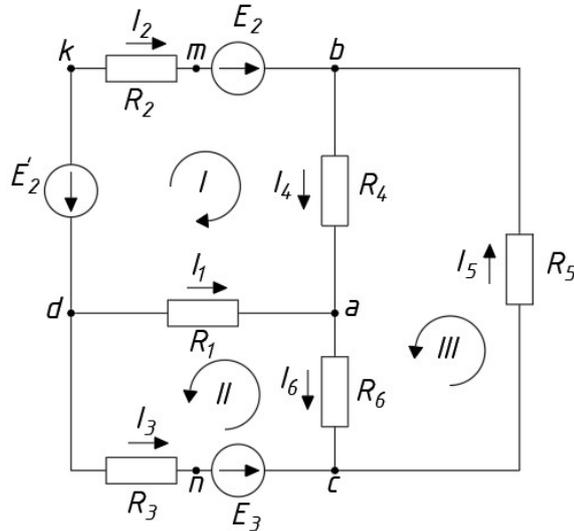


Рис. 1.2 Упрощенная схема цепи

## 1.1 Расчет цепи по законам Кирхгофа

Составим на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы

Выберем направления токов в ветвях токов произвольно

По первому закону Кирхгофа

$$\text{Для узла "а": } I_1 + I_4 - I_6 = 0$$

$$\text{Для узла "б": } I_2 - I_4 + I_5 = 0$$

$$\text{Для узла "с": } I_3 - I_5 + I_6 = 0$$

По второму закону Кирхгофа

$$\text{Для контура I: } -I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_4 R_4 = E_2 - E_2'$$

$$\text{Для контура II: } -I_1 R_1 + I_3 R_3 - I_6 R_6 = E_3$$

$$\text{Для контура III: } I_4 R_4 + I_5 R_5 + I_6 R_6 = 0$$

## 1.2 Метод контурных токов.

Определим токи во всех ветвях схемы методом контурных токов. Считаем, что в цепи протекают контурные токи  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$ . Составим систему

трех уравнений по 2 закону Кирхгофа, решая которую найдем значения контурных токов:

$$\text{Контур 1: } (R_1 + R_2 + R_4)I_{11} + R_1 I_{22} + R_4 I_{33} = E_2 - E_2'$$

$$\text{Контур 2: } R_1 I_{11} + (R_1 + R_3 + R_6)I_{22} - R_6 I_{33} = E_3$$

$$\text{Контур 3: } R_4 I_{11} - R_6 I_{22} + (R_4 + R_5 + R_6)I_{33} = 0$$

Подставляем числовые значения:

$$\begin{cases} 13I_{11} + 6,5I_{22} + 4I_{33} = 6 \\ 6,5I_{11} + 15I_{22} - 7,5I_{33} = 10 \\ 4I_{11} - 7,5I_{22} + 17I_{33} = 0 \end{cases}$$

Рассчитаем систему уравнений через определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 13 & 6,5 & 4 \\ 6,5 & 15 & -7,5 \\ 4 & -7,5 & 17 \end{vmatrix} = 1235,5$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 6 & 6,5 & 4 \\ 10 & 15 & -7,5 \\ 0 & -7,5 & 17 \end{vmatrix} = -212,5$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 13 & 6 & 4 \\ 6,5 & 10 & -7,5 \\ 4 & 0 & 17 \end{vmatrix} = 1207$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 13 & 6,5 & 6 \\ 6,5 & 15 & 10 \\ 4 & -7,5 & 0 \end{vmatrix} = 582,5$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-212,5}{1235,5} = -0,172 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1207}{1235,5} = 0,977 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{582,5}{1235,5} = 0,471 \text{ A}.$$

Находим значения истинных токов

$$I_1 = -I_{11} - I_{22} = 0,172 - 0,977 = 0,805 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{11} = -0,172 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{22} = 0,977 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{11} + I_{33} = -0,172 + 0,471 = 0,299 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{33} = 0,471 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{33} - I_{22} = 0,471 - 0,977 = -0,506 \text{ A}.$$

Проверка значений истинных токов по балансу мощностей.

$$\sum P_{\text{источника}} = \sum P_{\text{потребителя}}$$

$$\sum P_{\text{ист.}} = I_2(E_2 - E_2') + I_3(E_3) = -0,172(7 - 1) + 0,977 * 10 = 8,738 \text{ Вт};$$

$$\sum P_{\text{потр.}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 =$$

$$6,5(-0,805)^2 + 2,5(-0,172)^2 + 1(0,977)^2 + 4(0,299)^2 + 5,5(0,471)^2 +$$

$$+ 7,5(-0,506)^2 = 8,739 \text{ Вт}.$$

$$\sum P_{\text{источника}} \approx \sum P_{\text{потребителя}}.$$

### 1.3 Метод узловых потенциалов.

Найдем проводимость всех ветвей на рис. 1.1.

$$g_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{6,5} = 0,1538 \text{ (См)}; g_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ (См)};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{1} = 1 \text{ (См)}; g_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ (См)};$$

$$g_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{5,5} = 0,1818 \text{ (См)}; g_6 = \frac{1}{R_6} = \frac{1}{7,5} = 0,1333 \text{ (См)}.$$

Составим уравнения для  $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_d$ . Заземлим узел с:  $\varphi_c = 0$

$$\text{Узел а: } \varphi_a(g_1 + g_4 + g_6) - \varphi_b g_4 - \varphi_d g_1 = 0;$$

$$\text{Узел б: } -\varphi_a g_4 + \varphi_b(g_2 + g_4 + g_5) - \varphi_d g_2 = (E_2 - E_2') g_2;$$

$$\text{Узел д: } -\varphi_a g_1 - \varphi_b g_2 + \varphi_d(g_1 + g_2 + g_3) = (E_2' - E_2) g_2 - E_3 g_3$$

Рассчитаем коэффициенты с помощью известных  $g$  и  $E$ :

$$\begin{cases} 0,5371 \varphi_a - 0,25 \varphi_b - 0,1538 \varphi_d = 0; \\ -0,25 \varphi_a + 0,8318 \varphi_b - 0,4 \varphi_d = 2,4; \\ -0,1538 \varphi_a - 0,4 \varphi_b + 1,5538 \varphi_d = -12,4. \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,5371 & -0,25 & 0,1538 \\ -0,25 & 0,8318 & -0,4 \\ -0,1538 & -0,4 & 1,5538 \end{vmatrix} = 0,4607;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -0,25 & 0,1538 \\ 2,4 & 0,8318 & -0,4 \\ -12,4 & -0,4 & 1,5538 \end{vmatrix} = -1,7464;$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 0,5371 & 0 & 0,1538 \\ -0,25 & 2,4 & -0,4 \\ -0,1538 & -12,4 & 1,5538 \end{bmatrix} = -1,1947;$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} 0,5371 & -0,25 & 0 \\ -0,25 & 0,8318 & 2,4 \\ -0,1538 & -0,4 & -12,4 \end{bmatrix} = -4,1569;$$

$$\varphi_a = \frac{\Delta}{\Delta_1} = \frac{-1,7464}{0,4607} = -3,791;$$

$$\varphi_b = \frac{\Delta}{\Delta_2} = \frac{-1,1947}{0,4607} = -2,593;$$

$$\varphi_d = \frac{\Delta}{\Delta_3} = \frac{-4,1569}{0,4607} = -9,023.$$

Найдем токи в ветвях по закону Ома в обобщенной форме:

$$I_1 = [(\varphi_d - \varphi_a)] g_1 = (-9,023 + 3,791) * 0,1538 = -5,232 * 0,1538 = i$$

$$i - 0,805 (A);$$

$$I_2 = (\varphi_d - \varphi_b + E_2 - E'_2) g_2 = (-9,023 + 2,593 + 7 - 1) * 0,4 = i$$

$$i - 0,43 * 0,4 = -0,172 (A);$$

$$I_3 = [\varphi_d - \varphi_c + E_3] g_3 = (-9,023 + 10) * 1 = 0,977 (A);$$

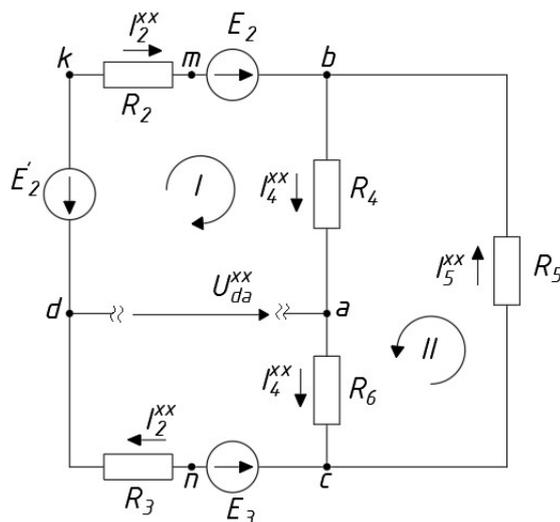
$$I_4 = (\varphi_b - \varphi_a) g_4 = (-2,593 + 3,791) * 0,25 = 1,198 * 0,25 = 0,3 (A);$$

$$I_5 = (\varphi_c - \varphi_b) g_5 = 2,593 * 0,1818 = 0,471 (A);$$

$$I_6 = (\varphi_a - \varphi_c) g_6 = -3,791 * 0,1333 = -0,505 (A).$$

#### 1.4 Метод эквивалентного генератора

Определим  $I_1$  методом эквивалентного генератора. Выделим из схемы 1.1 ветвь с  $I_1$ , а оставшуюся часть схемы представим в виде активного двухполюсника (эквивалентного генератора).



**Рис.1.3 Схема активного двухполюсника.**

По теореме об активном двухполюснике:

$$I_1 = \frac{E_{\text{экс}}}{R_{\text{экс}} + R_1} = \frac{U_{\text{адxx}}}{R_{\text{экс}} + R_1};$$

Применим метод контурных токов для схемы 1.3:

$$\begin{cases} \text{Контур 1: } (R_2 + R_3 + R_4 + R_6)I_{11.xx} + (R_4 + R_6)I_{22.xx} = E_2 - E_2' - E_3 \\ \text{Контур 2: } (R_4 + R_6)I_{11.xx} + (R_4 + R_5 + R_6)I_{22.xx} = 0 \end{cases}$$

Подставляем значения:

$$\begin{cases} 15 I_{11.xx} + 11,5 I_{22.xx} = -4 \\ 11,5 I_{11.xx} + 17 I_{22.xx} = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 15 & 11,5 \\ 11,5 & 17 \end{vmatrix} = 122,75;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -4 & 11,5 \\ 0 & 17 \end{vmatrix} = -68;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 15 & -4 \\ 11,5 & 0 \end{vmatrix} = 46;$$

$$I_{11.xx} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-68}{122,75} = -0,554(A);$$

$$I_{22.xx} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{46}{122,75} = 0,375(A).$$

Находим истинные токи, которые будут равны контурным:

$$I_{2.xx} = I_{11.xx} = -0,554(A);$$

$$I_{4.xx} = I_{22.xx} + I_{11.xx} = 0,375 - 0,554 = -0,179(A);$$

$$I_{5.xx} = I_{22.xx} = 0,375(A).$$

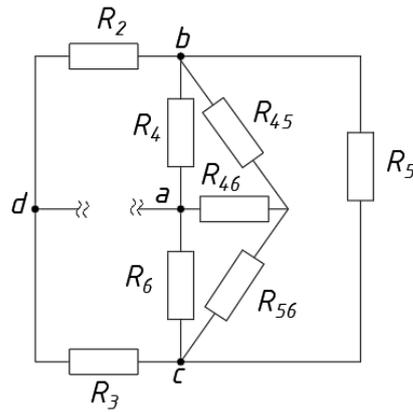
Выражаем  $U_{\text{даxx}}$  по II закону Кирхгофа:

$$U_{\text{даxx}} + I_{4.xx} R_6 + I_{4.xx} R_3 = -E_3$$

Подставляем значения и находим  $U_{\text{даxx}}$ ;

$$U_{\text{даxx}} = -E_3 - I_{4.xx} R_6 - I_{2.xx} R_3 = -10 + 0,179 * 7,5 + 0,554 * 1 = \dot{z}$$

$$\dot{z} = -10 + 1,343 + 0,554 = -8,103(B).$$



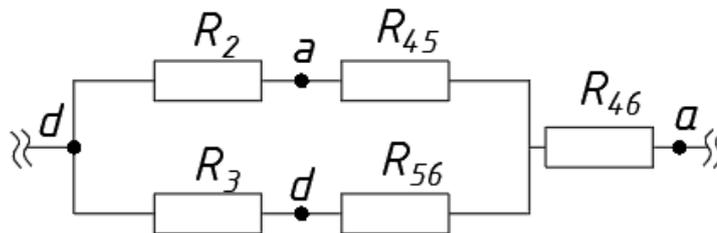
**Рис. 1.4** Схема пассивного двухполюсника.

Для упрощения схемы пассивного двухполюсника перейдем из треугольника в звезду:

$$R_{45} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{4 * 5,5}{17} = 1,294 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = \frac{R_4 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{4 * 7,5}{17} = 1,765 \text{ Ом};$$

$$R_{56} = \frac{R_5 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{5,5 * 7,5}{17} = 2,426 \text{ Ом}.$$



**Рис. 1.5** Преобразованная схема пассивного двухполюсника

$R_{э\text{кв}}$  рассчитывается как:

$$R_{э\text{кв}} = \frac{(R_{45} + R_2) * (R_{56} + R_3)}{R_{45} + R_2 + R_{56} + R_3} + R_{46};$$

Подставляем полученные значения и находим  $R_{э\text{кв}}$ :

$$R_{э\text{кв}} = \frac{(1,294 + 2,5) * (2,426 + 1)}{1,294 + 2,5 + 2,426 + 1} + 1,765 = 3,565 \text{ Ом}.$$

Находим  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{-8,103}{3,565 + 6,5} = \frac{-8,103}{10,065} = -0,805 \text{ А}.$$

### 1.5 Построение потенциальной диаграммы.

Пусть  $\varphi_c = 0 \text{ В}$ , тогда

$$\varphi_n = \varphi_c - E_3 = -10 \text{ В};$$

$$\varphi_d = \varphi_n + I_3 R_3 = -10 + 0,977 * 1 = -9,023 \text{ В};$$

$$\varphi_k = \varphi_d - E'_2 = -9,023 - 1 = -10,023 \text{ В};$$

$$\varphi_m = \varphi_k - I_2 R_2 = -10,023 + 0,172 * 2,5 = -10,023 + 0,43 = -9,593 \text{ В};$$

$$\varphi_b = \varphi_m + E_2 = -9,593 + 7 = -2,593 \text{ В};$$

$$\varphi_a = \varphi_b - I_4 R_4 = -2,593 - 0,3 * 4 = -2,593 - 1,2 = -3,793 \text{ В};$$

$$\varphi_c = \varphi_a - I_6 R_6 = -3,793 + 0,505 * 7,5 = -3,793 + 3,788 = (-0,005) \approx 0 \text{ В};$$

Построим потенциальную диаграмму:

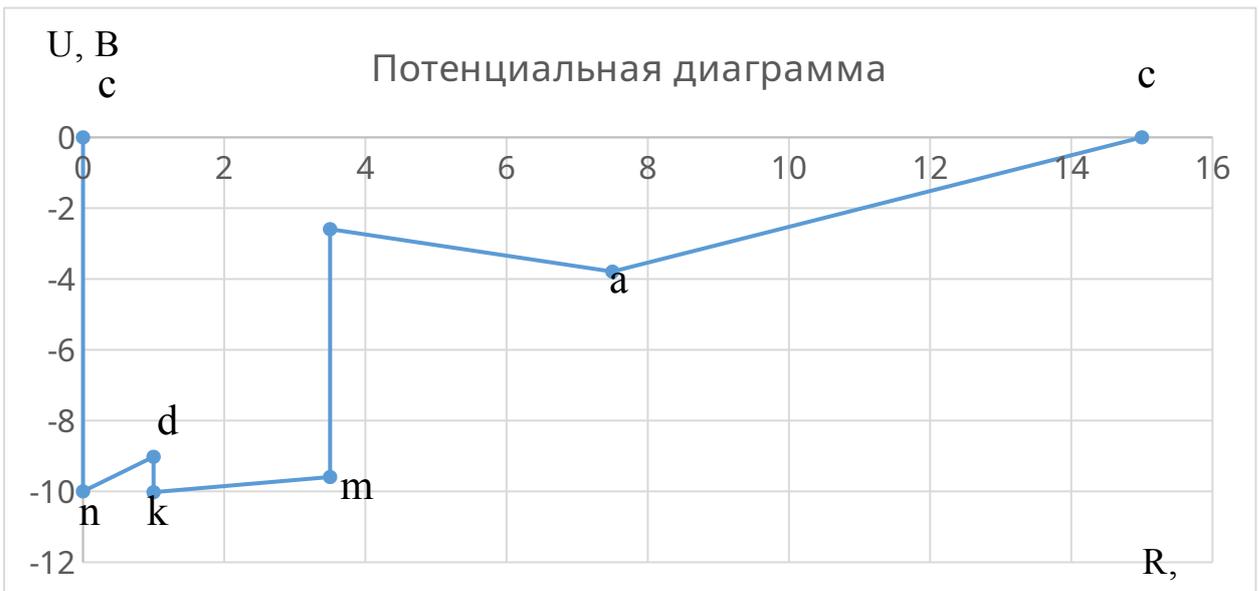


Рис. 1.6 Потенциальная диаграмма